

FAKTORISERING

OMGEKEERDE VAN PRODUKTE

Jy sal onthou uit vorige grade, dat jy geleer het om natuurlike getalle in hulle faktore op te breek, bv. $12 = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12\}$

Daar was egter 'n tipe getal wat ons Priemgetalle genoem het.

In Algebra gaan jy nou leer hoe om 'n polinoom in sy faktore te ontbind, maar polinome (algebraïese uitdrukkings) is 'n spesiale tipe "priemgetal". As ons weer na 12 kyk, sien ons daar is verskeie kombinasies van faktore, bv. 2 en 6, of 3 en 4, wat almal 12 sal gee.

'n Polinoom soos $x^2 + 4x + 3$ het egter net twee faktore, nl.
 $(x + 3)$ en $(x + 1)$

Kyk gou wat kry jy as jy hierdie twee faktore met behulp van die distributiewe wet vermenigvuldig:

$$(x + 3)(x + 1)$$

$$= \underline{\hspace{10cm}}$$

$$= \underline{\hspace{10cm}}$$

behalwe om $(x^2 + 4x + 3)$ met 1 te vermenigvuldig, is daar geen ander manier waarop $x^2 + 4x + 3$ deur vermenigvuldiging gekry kan word, as deur $(x + 3)$ en $(x + 1)$ met mekaar te vermenigvuldig nie.

Dit kan gebeur dat daar meer as 2 faktore is, bv. $x^3 - 7x - 6$ het 3 faktore, nl.

$$(x + 1)(x + 2)(x - 3)$$

Daar is egter geen ander kombinasie van faktore wat weer die polinoom sal gee nie.

Daar is verskeie maniere waarop ons kan faktoriseer, en ons gaan 'n paar tegnieke in hierdie SUPERles behandel.

GEMEENSKAPLIKE FAKTOR

GGF = GROOTSTE GEMEENSKAPLIKE FAKTOR

= Die grootste getal wat in al die terme kan indeel.

Haal die GGF uit

Voorbeelde

$$3a + 3b - 3 = 3(a + b - 1)$$

$$12a^2b - 16a^3b^2 + 20a^4b^3 = 4a^2b(3 - 4ab + 5a^2b^2)$$

$$4x + 6y = 2(2x + 3y)$$

$$x^2 + x = x(x + 1)$$

$$t(x + y) + 7(x + y) = (x + y)(t + 7)$$

$$(t + 3)(x + y) + p(x + y) = (x + y)(t + 3 + p)$$

Tekenprobleme:

$$\begin{aligned} t(x - y) + 7(y - x) &= t(x - y) - 7(x - y) \\ &= (x - y)(t - 7) \end{aligned}$$

$$a(x + y) - b(y + x) = (x + y)(a - b)$$

Oefening

Faktoriseer elke uitdrukking

1) $4a + 8$

2) $xy + x$

3) $3x - 9$

4) $12ab - 6a$

5) $p^2 + p$

6) $a^2b + ab^2$

7) $5x^2 - 10xy$

8) $5ab - 30ab^2$

9) $-4p^2 - 8p$

10) $b^3 - 3b^2 - 3b$

11) $x(x - 4) + y(4 - x)$

12) $-2xy - 4$

13) $x(y + 2) + y(2 + y)$

14) $2a^3 - 6a^2 + 4a$

15) $ab^2 - a^2b^2c$

16) $12a^3bc^2 - 8a^2b - 16a^2b^2$

17) $24ap^2 - 36b^2p^3 - 30abp^2$

18) $-2ab - 4a - 6b$

19) $-8ab + 8ac - 16a^2b$

20) $a^2 + a(3b + a)$

VERSKIL VAN VOLKOME VIERKANTE

HOE HERKEN ONS DIE VERSKIL VAN VIERKANTE?

- Slegs 2 terme
- Tussen die terme is 'n minus
- Beide terme is kwadrate (vierkante)

VOORBEELDE VAN VIERKANTE

$$1; 4; 9; \frac{16}{25}; 4x^2; 4(a-b)^2 \text{ ens.}$$

OPLOSSING:

- Maak twee identiese hakies, met die $\sqrt{\quad}$'s van die twee terme
- Een hake kry 'n plus en die ander hake kry 'n minus

$$\begin{aligned} \text{Bv.} \quad & x^2 - 4 \\ & = (x-2)(x+2) \end{aligned}$$

VOORBEELDE:

$$x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$$

$$x^6 - 25 = (x^3 - 5)(x^3 + 5)$$

$$16y^{10} - 100 = 4(4y^{10} - 25) = 4(2y^5 - 5)(2y^5 + 5)$$

$$x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x+1)(x-1)$$

$$2x^3 - 18x = 2x(x^2 - 9) = 2x(x+3)(x-3)$$

$$x^2 + 1 = \text{Geen verdere faktore}$$

$$\begin{aligned} & 8(x+1)^2 - 2(x-1)^2 \\ &= 2[4(x+1)^2 - (x-1)^2] \\ &= 2[2(x+1) - (x-1)][2(x+1) + (x-1)] \\ &= 2[2x+2-x+1][2x+2+x-1] \\ &= 2[x+3][3x+1] \end{aligned}$$

Oefening

Faktoriseer elke uitdrukking

1) $3^2 - 2^2$

2) $5^2 - 4^2$

3) $2010^2 - 2007^2$

4) $p^2 - q^2$

5) $a^2 - b^2$

6) $a^2 - 1$

7) $a^2 - 4$

8) $x^2 - y^2$

9) $4a^2 - b^2$

10) $16x^2 - 49$

11) $25b^2 - 1$

12) $121p^2 - 25q^2$

13) $64x^2 - y^2z^2$

14) $121 - 49a^2$

15) $4 + 25p^2$

16) $100b^2 - 25c^2$

17) $a^4 - b^2$

18) $x^4 - 1$

19) $x^8 - 16$

20) $-25 + 4x^2$

21) $(2x - 3)^2 - 9$

Dit kan ook gebeur dat jy eers die gemeenskaplike faktor moet uithaal, voordat jy 'n alternatiewe tegniek van faktorisering moet gebruik.

22) $8(x - 1)^2 - 2(x - 3)^2$

23) $ab^2 - ac^2$

4-TERM GROEPERING

Kyk vir GGF

Indien geen GGF – groepeer in groepies van twee

Haal nou gemeenskaplike hakie uit

As hakie net teken verskil het, sorteer uit

Dit wat oorbly kom in tweede hakie

Voorbeelde:

1)

$$\begin{aligned} & ax + ay - bx - by \\ &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (x + y)(a - b) \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} & m^2 - 2mn - 6m + 12n \\ &= m(m - 2n) + 6(-m + 2n) \\ &= m(m - 2n) - 6(m - 2n) \\ &= (m - 2n)(m - 6) \end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned} & tx - ty - x + y \\ &= t(x - y) - (x - y) \\ &= (x - y)(t - 1) \end{aligned}$$

Oefening

Ontbind volledig in faktore:

1) $mx - m - 3 + 3x$

2) $p^3 - 3p - 15 + 5p^2$

3) $2x^2 - 2xy - 4y^2 + 4xy$

4) $6bx - 15cx + 10cy - 4by$

DRIETERME

Voorbeelde:

1)

$$\begin{aligned}x^2 - 7x + 10 \\= (x - 5)(x - 2)\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}x^2 + 8x + 12 \\= (x + 6)(x + 2)\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}-x^2 - 14x - 24 \\= -(x^2 + 14x + 24) \\= -(x + 12)(x + 2)\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 10 \\= (x - 5)(x + 2)\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 24 \\= (x + 6)(x - 4)\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}-x^2 + 16x + 36 \\= -(x^2 - 16x - 36) \\= -(x - 18)(x + 2)\end{aligned}$$

Oefening

Ontbind volledig in faktore:

1) $x^2 + 6x + 5$

2) $m^2 + 7m + 12$

3) $x^2 + 11x + 30$

4) $p^2 - 7p + 6$

5) $c^2 + 8c + 16$

6) $y^2 - 12y + 20$

7) $3x^2 - 18x + 24$

8) $m^2 + 8m + 15$

9) $k^2 - 10k + 25$

10) $y^2 - 2y - 8$

11) $t^2 + t - 12$

12) $a^2 - 3a - 10$

13) $b^2 + b - 6$

14) $2t^2 + 14t - 16$